

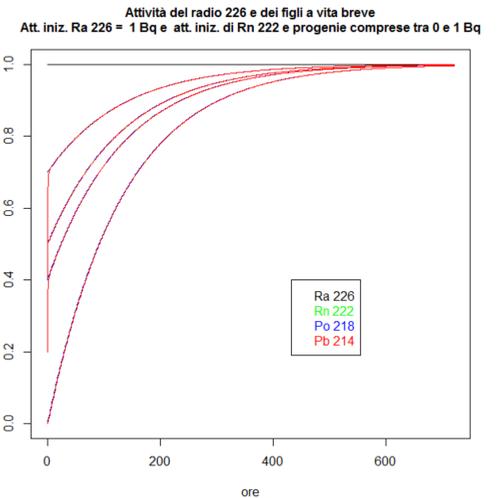
# La misura del $^{226}\text{Ra}$ in spettrometria gamma a partire dai figli a vita breve non in equilibrio del radon

## LA SITUAZIONE SPERIMENTALE

La misura del  $^{226}\text{Ra}$  in spettrometria gamma può essere effettuata in **maniera diretta**, tramite la sua emissione gamma principale a 186.2 keV, oppure in **maniera indiretta**, per mezzo delle emissioni gamma della sua progenie ( $^{214}\text{Pb}$  e  $^{214}\text{Bi}$ ). La misura diretta risente del fatto che l' $^{235}\text{U}$  ha una emissione a 185.7 keV e spesso la separazione dei due picchi risulta complessa e causa di una grande incertezza. La misura indiretta risulta scomoda per il fatto che è valida a patto che venga raggiunto l'equilibrio secolare tra la progenie ed il  $^{226}\text{Ra}$ . Per ottenere questo equilibrio occorre utilizzare dei contenitori a tenuta radon ed attendere circa 4 settimane (7 tempi di dimezzamento del radon).

**L'obiettivo è quello di risalire alle attività iniziali del  $^{226}\text{Ra}$ , a partire da almeno due misure in spettrometria gamma del picco a 351.9 keV del  $^{214}\text{Pb}$  non ancora in equilibrio con il  $^{222}\text{Rn}$ .**

Le attività dei radionuclidi presenti nella catena è regolata dalle equazioni di Bateman: a partire dalle concentrazioni iniziali di  $^{226}\text{Ra}$  e  $^{222}\text{Rn}$ , l'attività dei discendenti è univocamente determinata.



## IL METODO

$$f(A_{\text{Ra}226}^0, A_{\text{Rn}222}^0) \rightarrow \text{cps}_{351.9 \text{ keV}}(TL, TM)$$

Funzione che risolve numericamente il sistema di equazioni della catena radioattiva: a partire dalle concentrazioni di  $^{226}\text{Ra}$  e  $^{222}\text{Rn}$ , fornisce i **cps teorici** del picco del  $^{214}\text{Pb}$  a 351.9 keV per un certo tempo di misura ( $TL$  – live time) dopo un tempo  $TM$  dalla chiusura del campione.

$$A_{\text{Rn}222}^0 = P \cdot A_{\text{Ra}226}^0 \quad (0 < P < 1)$$

La concentrazione iniziale di  $^{222}\text{Rn}$  ( $A_{\text{Rn}222}^0$ ) non può essere superiore a quella di  $^{226}\text{Ra}$ .  $P$  è la percentuale iniziale di  $^{222}\text{Rn}$  rispetto a  $^{226}\text{Ra}$ .

$$f(A_{\text{Ra}226}^0, P \cdot A_{\text{Ra}226}^0) \rightarrow \text{cps}_{351.9 \text{ keV}}(TL, TM)$$

La funzione  $f$ , fissato  $P$ , è una funzione lineare rispetto alla concentrazione iniziale di  $^{226}\text{Ra}$ . Si può quindi calcolare  $f(1, P)$ , cioè il valore dei  $\text{cps}_{351.9 \text{ keV}}(TL, TM)$  per una miscela iniziale di 1 Bq di  $^{226}\text{Ra}$  e  $P \cdot 1$  Bq di  $^{222}\text{Rn}$  ( $0 < P < 1$ ), ottenendo così quanti cps teorici ci sono nel picco a 351,9 keV per ogni Bq iniziale di  $^{226}\text{Ra}$  in una miscela con  $P \cdot 1$  Bq iniziali di  $^{222}\text{Rn}$  al tempo  $TM$  dalla chiusura del campione, per una misura che dura un tempo pari a  $TL$ .

Dividendo i  $\text{cps}_{351.9 \text{ keV}}(TL, TM)$  misurati per  $f(1, P)$  si ottiene l'attività iniziale ipotetica di  $^{226}\text{Ra}$  (e quindi anche di  $^{222}\text{Rn}$ ) fissato  $P$ .

Media delle concentrazioni ipotetiche iniziali di  $^{226}\text{Ra}$ , fissato  $P$ .

Si applica la funzione  $f$  alla media delle concentrazioni ipotetiche e si calcolano i cps che si otterrebbero con questa miscela ( $\text{cps}^{\text{sim}}$ ).

$$f\left(\overline{A_{\text{Ra}226}^0(P)}, P \cdot \overline{A_{\text{Ra}226}^0(P)}\right) \rightarrow \text{cps}_{351.9 \text{ keV}}^{\text{sim}}(TL, TM)$$

Il programma sceglie il valore di  $P$  ( $= P_{\text{vera}}$ ) che minimizza il  $\chi^2$  fra i  $\text{cps}^{\text{sim}}$  ed i  $\text{cps}^{\text{mis}}$ . ( $\mu_i$  rappresenta l'incertezza poissoniana dei  $\text{cps}^{\text{sim}}$ )

$$X^2 = \sum_{i=1}^n \frac{(\text{cps}_i^{\text{sim}} - \text{cps}_i^{\text{mis}})^2}{\mu_i^2}$$

$$\overline{A_{\text{Ra}226}^0(P_{\text{vera}})} \pm \sigma(A_{\text{Ra}226}^0(P_{\text{vera}}))$$

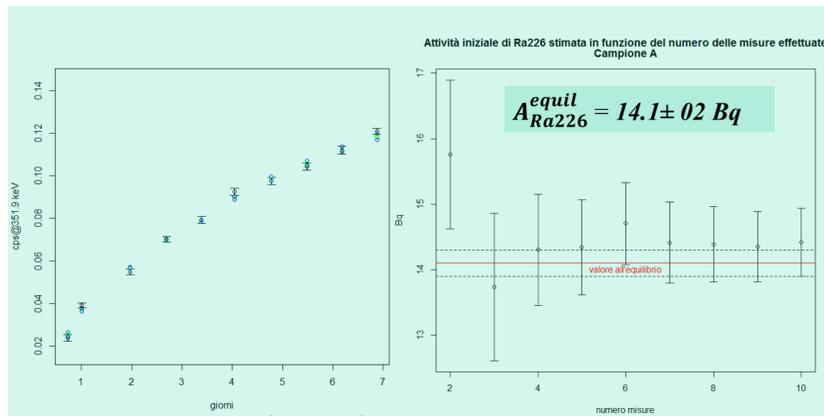
Il valore dell'attività iniziale di  $^{226}\text{Ra}$  è dato dalla media delle attività calcolate utilizzando  $P=P_{\text{vera}}$

L'incertezza è ricavata dalla deviazione standard della distribuzione delle attività calcolate utilizzando  $P=P_{\text{vera}}$

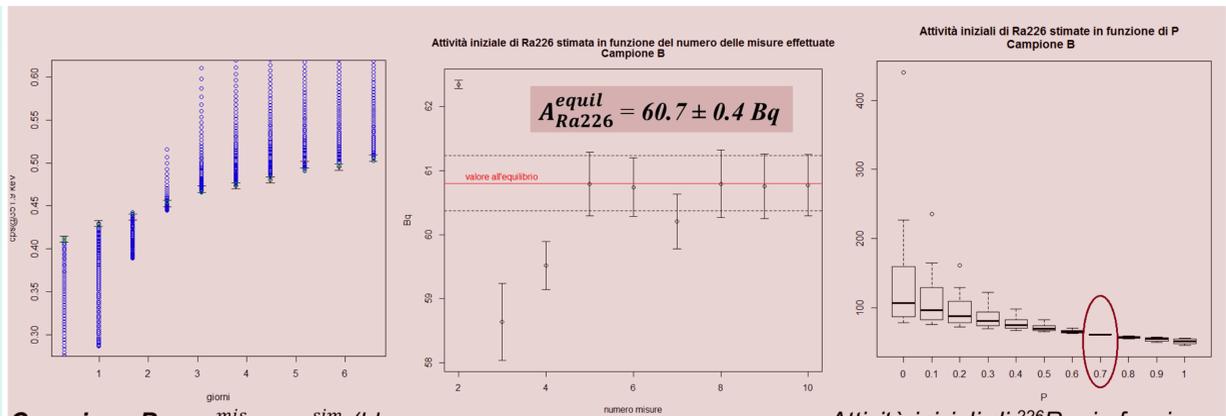
## LE MISURE

Le misure sono state effettuate utilizzando un HpGe coassiale di tipo  $p$  della Ortec con efficienza relativa del 50%. I campioni analizzati sono due:

**Campione A:** acqua con sorgente  $^{226}\text{Ra}$ , in bicchiere di acciaio da 100cc **Campione B:** terreno superficiale (La Thuile) secco e vagliato a 2 mm, in beaker di Marinelli da 1000cc



**Campione A:**  $\text{cps}^{\text{mis}}$  e  $\text{cps}^{\text{sim}}$  (blu) fino a che  $|P_{\text{vera}} - P| > 0.01$ , verde quando  $|P_{\text{vera}} - P| < 0.01$ . **Campione A:**  $A_{\text{Ra}226}^0(P_{\text{vera}}) \pm \sigma(A_{\text{Ra}226}^0(P_{\text{vera}}))$  in funzione del numero di misure



**Campione B:**  $\text{cps}^{\text{mis}}$  e  $\text{cps}^{\text{sim}}$  (blu) fino a che  $|P_{\text{vera}} - P| > 0.01$ , verde quando  $|P_{\text{vera}} - P| < 0.01$ . **Campione B:**  $A_{\text{Ra}226}^0(P_{\text{vera}}) \pm \sigma(A_{\text{Ra}226}^0(P_{\text{vera}}))$  in funzione del numero di misure. **Campione B:** Attività iniziali di  $^{226}\text{Ra}$ , in funzione di  $P$  (tra 0 e 1 a step di 0.1). E' evidenziato il valore di  $P$  vicino a cui la  $\sigma(A_{\text{Ra}226}^0(P))$  risulta minima.

- A partire dalla terza misura per il campione A e dalla quinta per il campione B, i risultati forniti dal programma sono coerenti con il risultato ottenuto tramite la misura effettuata dopo aver atteso che si raggiungesse l'equilibrio tra il  $^{226}\text{Ra}$  e  $^{222}\text{Rn}$ .
- Rimane da approfondire la presenza di alcuni outlier relativi alle prime misure del campione B. Le prime due misure forniscono praticamente la stessa stima dell'attività iniziale di  $^{226}\text{Ra}$  che però differisce da quella all'equilibrio del 2.6%, scostamento non ricompreso nelle relative incertezze. Si potrà approfondire il calcolo dell'incertezza sull'attività iniziale di  $^{226}\text{Ra}$  stimata, che in questo lavoro è considerata pari alla deviazione standard (corretta per piccoli campioni) delle  $A_{\text{Ra}226}^0(P_{\text{vera}})$ .
- In tutte e due le serie di misure, il valore stimato di  $A_{\text{Ra}226}^0$  in funzione del numero di misure è prima sovrastimato (per  $n=2$ ), successivamente sottostimato (rispettivamente per  $n=3$  e  $n=3,4$ ) per poi assestarsi sul valore corretto. Sarà da approfondire se questo andamento è legato al numero di misure oppure al fatto che queste misure sono state effettuate nei primi giorni di chiusura del campione.

## LE CONCLUSIONI

Il metodo presentato è oggetto di sperimentazione e verifica, costituisce un utile strumento per la misura della concentrazione di attività del  $^{226}\text{Ra}$  in matrici di varia natura in tempi relativamente brevi. Esso può essere di particolare utilità per situazioni in cui è richiesta una valutazione in tempi brevi, come nel caso di rinvenimento di scorie o rifiuti.